EXERCICES DE REVISIONS TYPE BAC – Chapitres 1 à 5

Chapitres 1 et 3 - Titrages de la vitamine C

À la fin du XVI^{e} siècle, beaucoup de marins succombaient au scorbut. Cette mortalité était due à une carence en vitamine C aussi appelée « acide ascorbique ». Il s'agit d'un acide organique ayant entre autres des propriétés anti-oxydantes. Il est présent dans les citrons, les jus de fruits et les légumes frais.
Le nom « ascorbique » vient du préfixe grec *a* (privatif) et de *scorbut*, signifiant littéralement anti-scorbut. La vitamine C intervient dans de nombreuses réactions d'oxydo-réduction dans l'organisme, dans le métabolisme du fer et des acides aminés.

Dans une première partie nous verrons une méthode de titrage par suivi pH-métrique d'un comprimé de vitamine C. La deuxième partie sera consacrée au titrage conductimétrique.

1. Titrage de l'acide ascorbique par suivi pH-métrique

On souhaite vérifier l'indication figurant sur une boîte de comprimés de vitamine C vendue en pharmacie : le fabricant annonce que la masse d'acide ascorbique est de ***500 mg*** *par comprimé.*

Un comprimé de vitamine C est écrasé dans un mortier. La poudre est ensuite dissoute dans une fiole jaugée de ***200,0 mL*** *que l'on complète avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge en homogénéisant le mélange. On obtient la solution S.*

On prélève $\boldsymbol{V_A = 10,0\ mL}$ *de cette solution que l'on titre avec une solution d'hydroxyde de sodium* ***(Na^{+}(aq) + HO^{-}(aq))*** *de concentration molaire* $\boldsymbol{C_B = 1,00 \times 10^{-2}\ mol.L^{-1}}$.
On suit le titrage par pH-métrie. Le graphique représentant l'évolution du pH en fonction du volume de solution d'hydroxyde de sodium versé est représenté en ***ANNEXE 1****.*

L'acide ascorbique sera noté AH dans la suite de l'exercice.

1.1. La solution titrante d'hydroxyde de sodium est préparée à partir d'une solution d'hydroxyde de sodium commerciale S_0, de densité $d = 1,2$ et de pourcentage massique 10%. Montrer que la concentration molaire en hydroxyde de sodium de cette solution est $C_0 = 3,0\ mol.L^{-1}$

1.2. Quel volume de solution commerciale V_0 doit-on prélever pour préparer $V_B = 500\ mL$ de solution titrante ? Donner le protocole de cette dilution.

1.2. Réaliser un schéma annoté du montage expérimental nécessaire à la mise en œuvre du titrage.

1.3. Écrire l'équation de la réaction support du titrage.

1.4. À partir du protocole mis en œuvre et des résultats obtenus, déterminer la masse d'acide ascorbique contenue dans le comprimé. **L'ANNEXE 1 EST À COMPLETER.**

1.5. Calculer l'écart relatif entre la masse théorique et la masse expérimentale. Commenter la valeur obtenue.

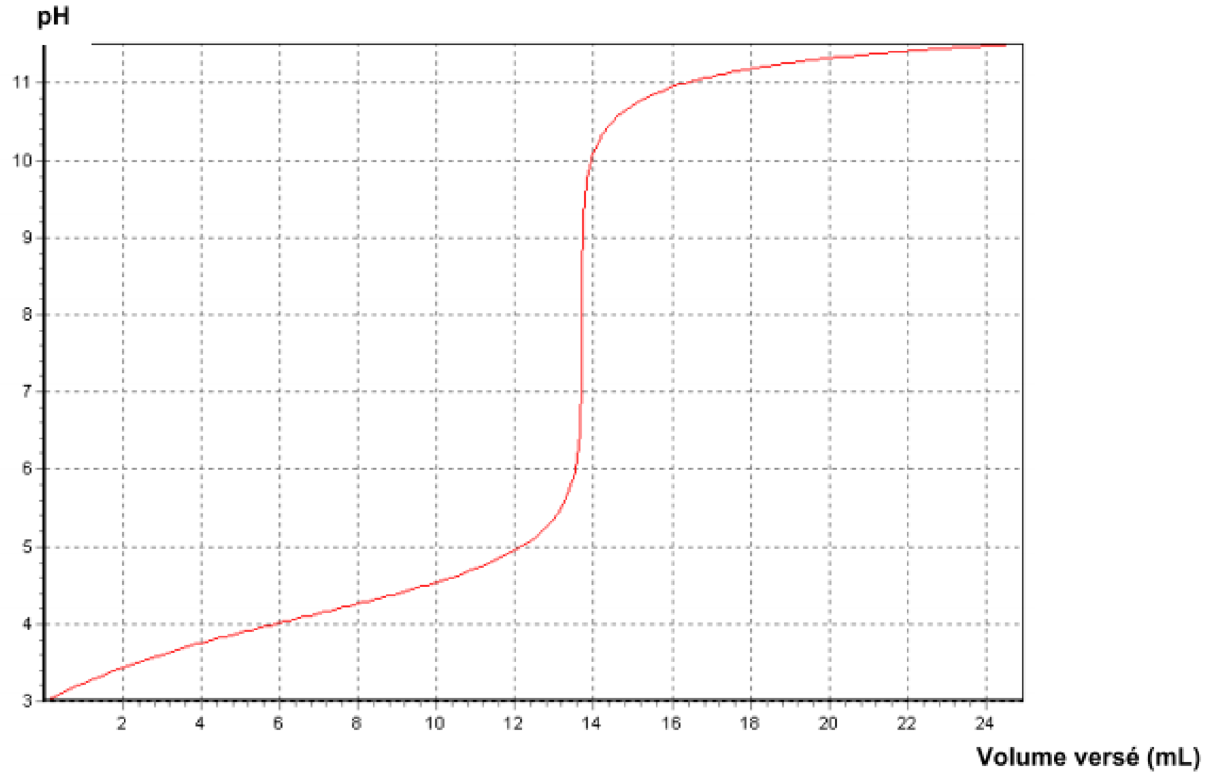
2. Titrage de l'acide ascorbique par suivi conductimétrique

On envisage d'effectuer le titrage conductimétrique d'une solution S' d'acide carboxylique par une solution d'hydroxyde de sodium. L'équation du titrage est : $\boldsymbol{AH_{(aq)} + HO^{-}_{(aq)} \rightarrow A^{-}_{(aq)} + H_2O_{(l)}}$
Plusieurs allures de courbes modélisant ce titrage sont proposées en ***ANNEXE 2****. En justifiant l'allure avant ET après l'équivalence, identifier la courbe qui peut correspondre au titrage conductimétrique de l'acide ascorbique par la solution d'hydroxyde de sodium.*

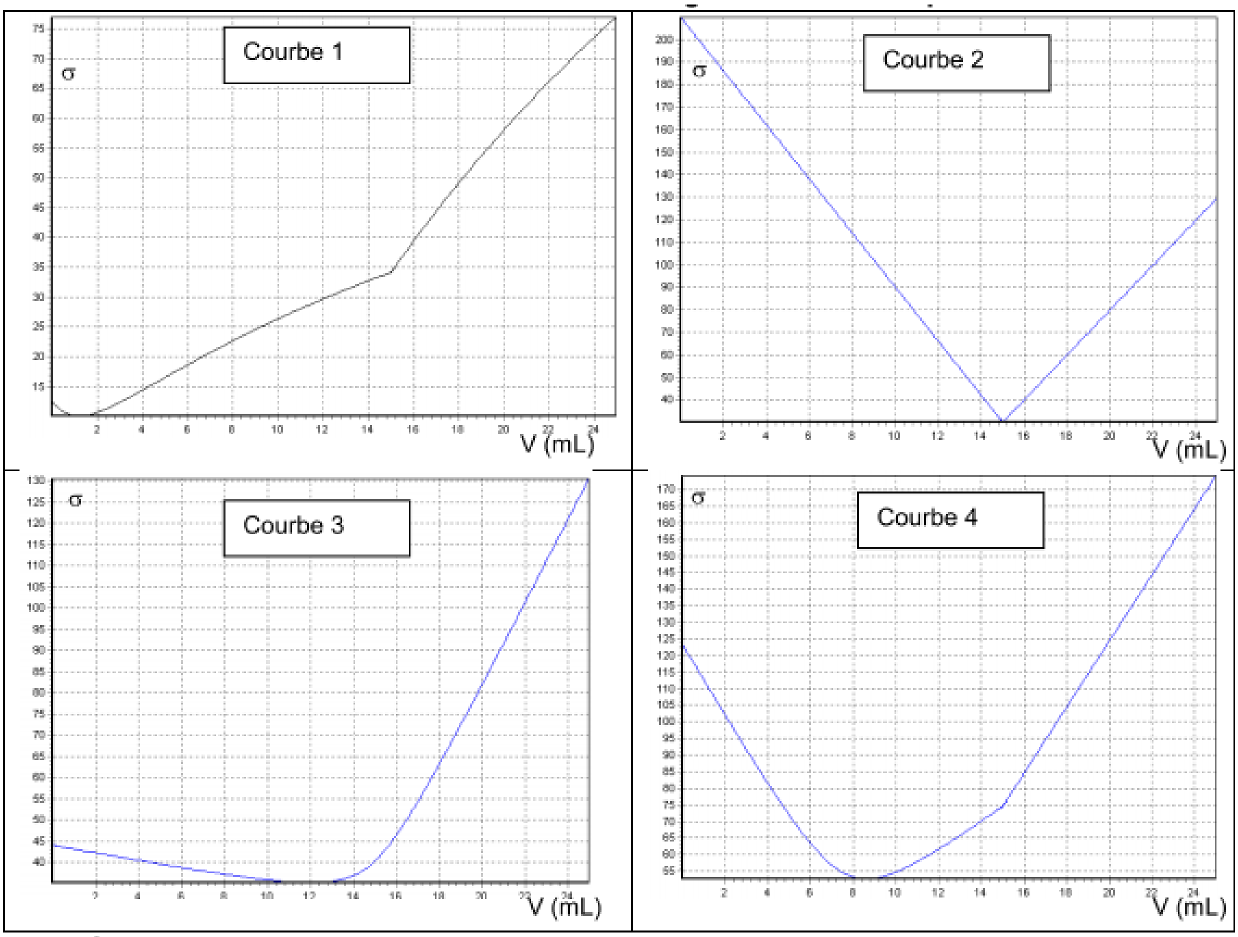
Données :

- Masses molaires : *M(AH) = 176,0* g.mol^{-1} et *M(NaOH) = 40,0* g.mol^{-1}
- Masse volumique de l'eau : $\rho_{eau} = 1,0\ g/mL$
- Conductivités molaires ioniques à 25 °C :
  λ(HO^{-}) = 19,8 mS.m^{2}.mol^{-1} ; λ(Na^{+}) = 5,01 mS.m^{2}.mol^{-1} ; λ(ion carboxylate A^{-}) = 2,5 mS.m^{2}.mol^{-1}.

ANNEXE 1 : Titrage pH-métrique



ANNEXE 2 : Allures de courbes de titrages conductimétriques.

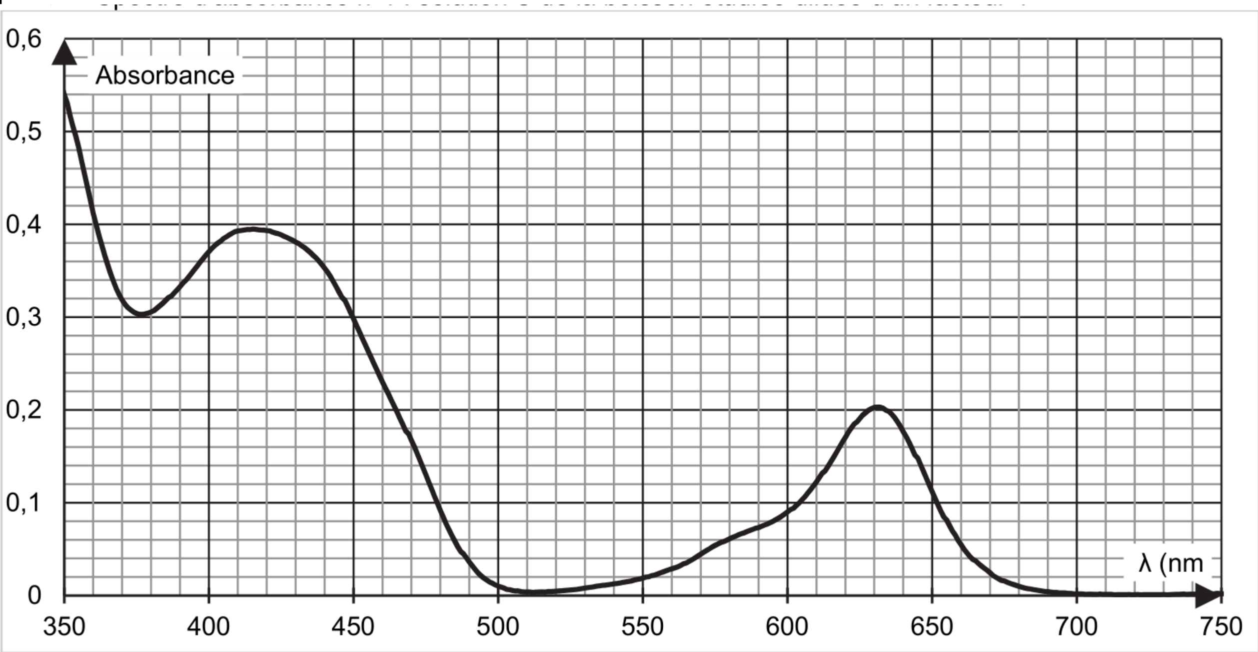


On étudie une boisson verte à base de banane et de fruits tropicaux dont la recette est d'inspiration indonésienne. Elle est composée d'extraits de fruits, d'eau, d'éthanol, de sucre et de colorants alimentaires responsables de sa couleur vert vif.

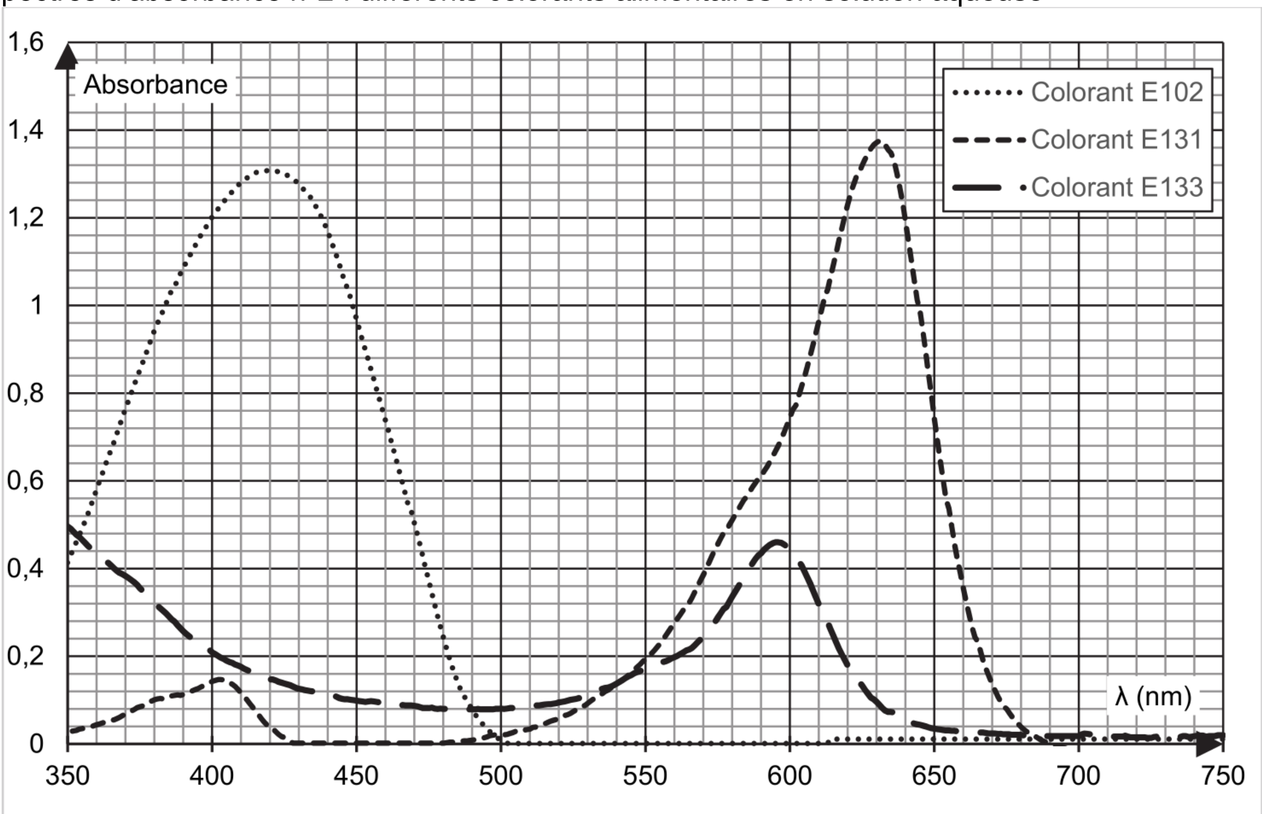
L'objectif de cet exercice est d'identifier la nature des colorants présents dans cette boisson et de s'interroger sur les risques éventuels pour la santé de l'un d'entre eux.

Données :

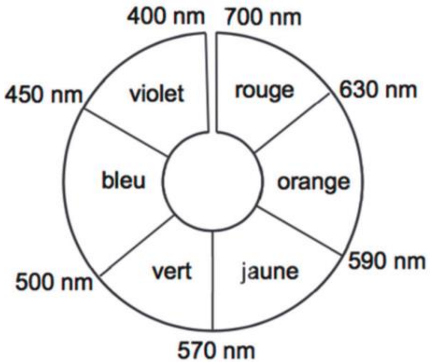
- Spectre d'absorbance n°1 : solution S de la boisson étudiée diluée d'un facteur 4



- Spectres d'absorbance n°2 : différents colorants alimentaires en solution aqueuse



- *Cercle chromatique :*



- *masse molaire du colorant E102 :* ***M = 534 g·mol^{-1}*** *;*
- *volume de la boisson étudiée contenu dans un verre de cocktail :* ***V = 3,0 cL*** *;*
- *concentration en masse de sucre dans la boisson étudiée :* ***367 g·L^{-1}*** *;*
- *masse d'un morceau de sucre :* ***5,0 g****.*

Q1. Déterminer le nombre de morceaux de sucre équivalent à la quantité de sucre apportée par la boisson étudiée lorsqu'on boit un verre de cocktail. Commenter.

La couleur verte de la boisson étudiée est obtenue par le mélange de deux colorants alimentaires. On cherche à les identifier parmi les trois colorants analysés dans le spectre d'absorbance n°2.

Q2. Donner, en justifiant, la couleur en solution aqueuse de chacun des colorants alimentaires E102, E131, et E133.

Q3. Déterminer, en justifiant, les deux colorants majoritairement présents dans la boisson étudiée.

La dose journalière admissible (DJA) d'un colorant est la masse maximale de colorant qu'une personne peut consommer par jour sans risque pour sa santé. Elle est habituellement exprimée en mg de substance par kg de poids corporel et par jour. Pour le colorant E102, elle est de 7,5 mg par kilogramme de masse corporelle et par jour.

Pour déterminer la concentration de ce colorant dans la boisson étudiée, on réalise une gamme de solutions étalons de concentrations différentes à partir d'une solution-mère S_0 de colorant E102. On enregistre ensuite les spectres d'absorbance correspondants (figure 1).
Enfin, pour doser le colorant E102 dans la boisson étudiée, les spectres obtenus sont exploités à la longueur d'onde λ = 450 nm. On note Ci, avec i allant de 1 à 5, la concentration en colorant E102 de la solution Si.

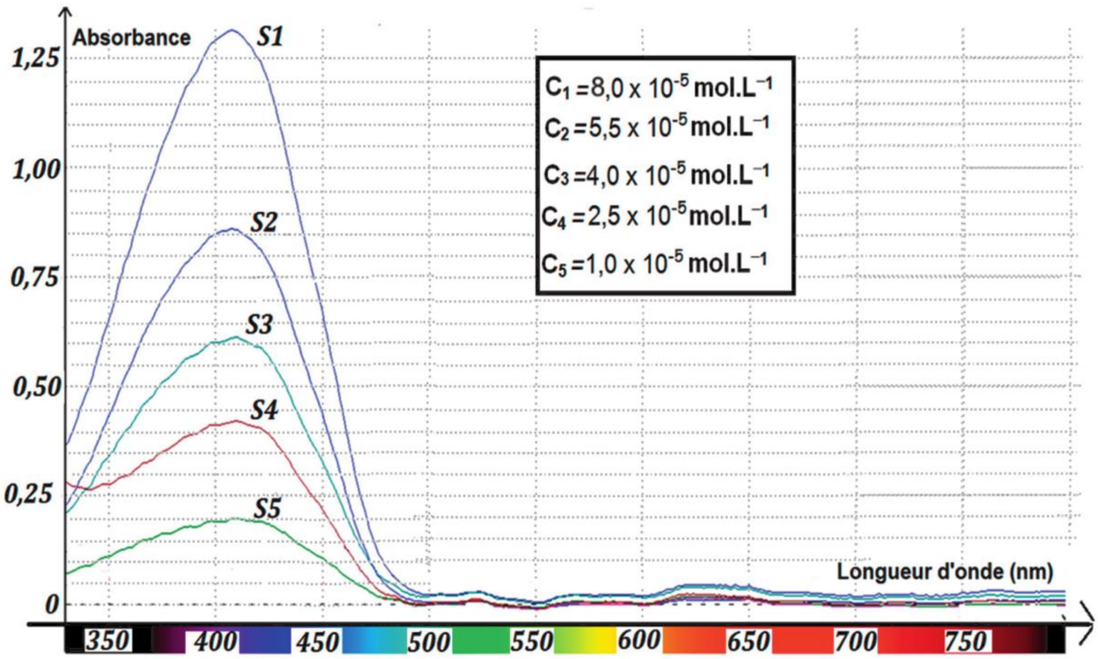


Figure 1. Spectres d'absorbance de 5 solutions de concentrations différentes en colorant E102.

Q4. À l'aide des spectres d'absorbance n[os] 1 et 2 fournis dans les données, expliquer le choix de la longueur d'onde λ = 450 nm plutôt que λ' = 420 nm pour réaliser le dosage du colorant E102 dans la boisson étudiée.

On rappelle que le spectre d'absorbance n°1 est celui de la solution S de la boisson étudiée obtenue après dilution d'un facteur 4 de la solution commerciale.

Q5. Proposer un ensemble de verrerie permettant de préparer la solution S de la boisson étudiée diluée à partir de la solution commerciale.

Q6. En explicitant la démarche suivie, montrer que, pour la longueur d'onde choisie de 450 nm, la loi de Beer-Lambert est vérifiée pour le colorant E102.

Q7. Déterminer la masse de colorant E102 contenue dans un verre de cocktail. Commenter eu égard à la valeur de la DJA.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

Chapitre 4 – utilisation d'un laser comme instrument de mesure

On souhaite savoir si un voile en polyester peut être utilisé comme moustiquaire. Pour ce faire, on mesure la taille des mailles rectangulaires à l'aide d'un montage de laboratoire.

1. Vérification de la longueur d'onde du laser

Le montage ci-dessous est réalisé avec une diapositive comportant une fente de largeur connue.

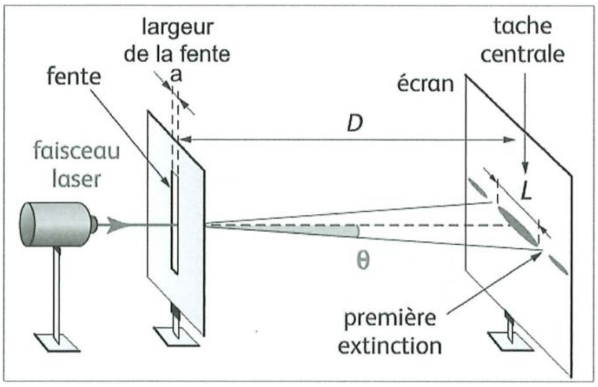


Figure 1 : montage de diffraction

Une série de mesures, avec une distance ***D* = (1800 ± 2) mm** est effectuée. Les résultats obtenus sont les suivants :

***a* (µm)**	30	40	60	80	100	150	200
***L* (mm)**	77	59	40	30	24	16	12

Données :

- *Approximations des petits angles, exprimés en radians : sin $\theta \approx \theta$ et tan $\theta \approx \theta$;*
- *Relation théorique entre l'angle de diffraction θ et la valeur de la largeur de la fente a pour les petits angles : $\theta = \frac{\lambda}{a}$;*
- *Accord d'une mesure avec une valeur de référence : on compare, le cas échéant, le résultat d'une mesure X à une valeur de référence $X_{réf}$ en utilisant le quotient $\left|\frac{X - X_{réf}}{u(X)}\right|$ où u(X) est l'incertitude-type associée au résultat.*

Q.1. Exprimer à l'aide de la figure 1, l'angle de diffraction θ en fonction de la largeur *L* de la tache centrale et de la distance *D*.

En utilisant un tableur et la relation précédente, on obtient le tableau suivant :

1/*a* (m^{-1})	$3{,}33\cdot10^{4}$	$2{,}50\cdot10^{4}$	$1{,}67\cdot10^{4}$	$1{,}25\cdot10^{4}$	$1{,}00\cdot10^{4}$	$6{,}67\cdot10^{3}$	$5{,}00\cdot10^{3}$
θ (rad)	$2{,}14\cdot10^{-2}$	$1{,}64\cdot10^{-2}$	$1{,}11\cdot10^{-2}$	$8{,}33\cdot10^{-3}$	$6{,}67\cdot10^{-3}$	$4{,}44\cdot10^{-3}$	$3{,}33\cdot10^{-3}$

Un script écrit en langage python permet ensuite de tracer θ **= f(1/*a*).** On obtient les figures 2 et 3 ci-dessous dans lesquelles θ sera noté *théta* et *1/a* sera noté *inv_a* :

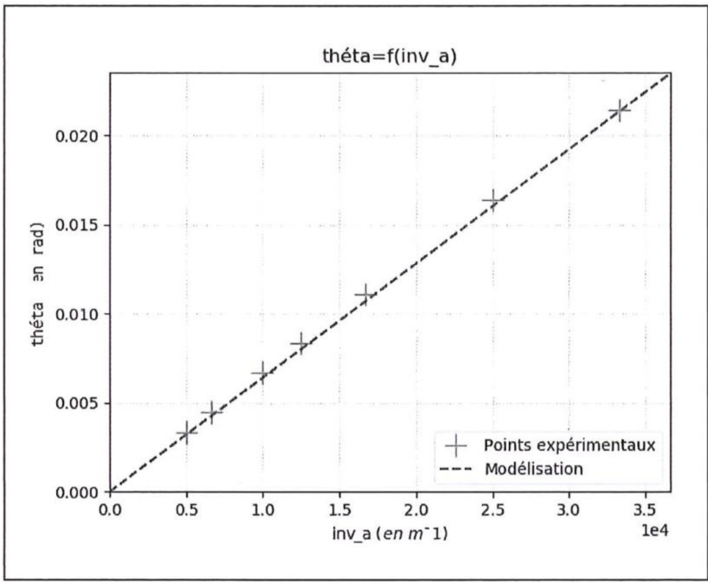


Figure 2 : tracé de θ = f(*1/a*)

```
>>>
*** Console de processus distant Réinitialisée ***
>>>
Valeur de la pente k = 6.41e-07  m
Incertitude-type sur la pente u(k) = 5.7e-09  m
>>>
```

Donnée : 6,41e-07= $6{,}41\times10^{-7}$

Figure 3 : indication de la console en langage python

Q.2. Déduire des informations précédentes la valeur de la longueur d'onde λ_{laser} du laser utilisé. Justifier.

Q.3. Indiquer si la valeur mesurée est en accord avec la longueur d'onde $\lambda_{réf}$ = 650 nm indiquée sur la notice fournie par le constructeur.

2. Mesure de la taille d'une maille rectangulaire d'un voile polyester

Le but de cette partie est de mesurer les dimensions *b* et *b'* du voile polyester disponible dont le maillage est représenté sur la figure suivante :

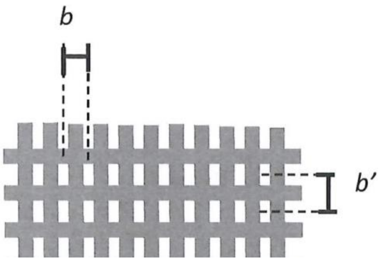


Figure 4 : Schéma du maillage du voile

On réalise une expérience d'interférences pour évaluer ces dimensions en utilisant la diode laser précédente et en réalisant le montage suivant :

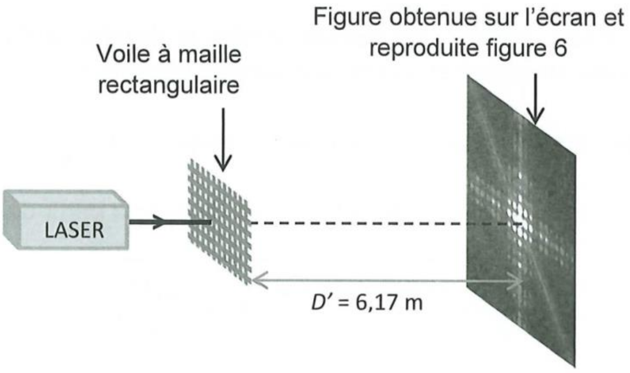


Figure 5 : Montage utilisé (échelle non respectée)

Données :

- *diode laser de longueur d'onde λ = (650 $\pm$ 20) nm où ce qui suit le $\pm$ représente l'incertitude-type associée à la longueur d'onde ;*
- *distance D' = (6,17 $\pm$ 0,03) m où ce qui suit le $\pm$ représente l'incertitude-type associée à la distance ;*

- on note b la distance entre les centres de deux trous consécutifs du maillage horizontal et b' la distance entre les centres de deux trous consécutifs du maillage vertical du voile ;
- la figure d'interférences obtenue est donnée sur la figure suivante :

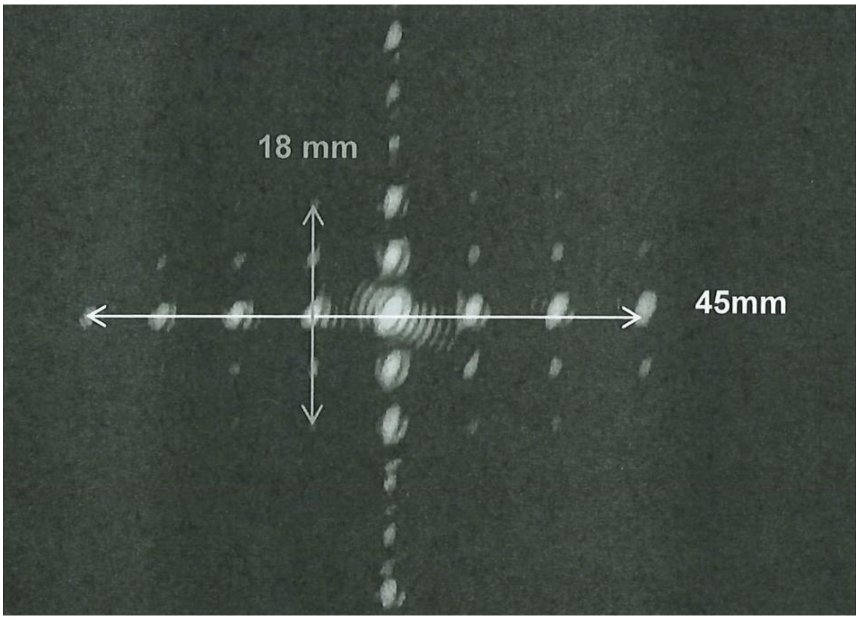


Figure 6 : interférences obtenues avec le voile

- *l'interfrange horizontale, notée i, est définie comme la distance entre les centres de deux taches lumineuses successives selon l'axe horizontal identifié sur la figure 6 ;*
- *l'interfrange verticale, notée i', est définie comme la distance entre les centres de deux taches lumineuses successives selon l'axe vertical identifié sur la figure 6 ;*
- *l'expression de l'interfrange est donnée par la relation :* $i = \frac{\lambda \times D'}{b}$ **et** $i' = \frac{\lambda \times D'}{b'}$;
- *l'incertitude-type u(b) sur la grandeur b peut se calculer à partir de la relation :*

$$\frac{u(b)}{b} = \sqrt{\left(\frac{u(D')}{D'}\right)^2 + \left(\frac{u(i)}{i}\right)^2 + \left(\frac{u(\lambda)}{\lambda}\right)^2}$$

où u(x) désigne l'incertitude-type associée à la grandeur x.

Q.4. Évaluer les valeurs des interfranges, *i* et *i'*, à l'aide des dimensions figurant sur la figure 6.

Q.5. En déduire les valeurs des dimensions *b* et *b'* du voile utilisé, ainsi que leurs incertitudes associées, en considérant les incertitudes-types sur *i* et *i'* : $u(i) = u(i') = 0{,}1$ **mm**. Écrire les résultats avec un nombre adapté de chiffres significatifs.

Q.6. Expliquer pourquoi la distance *D* utilisée dans le montage de la partie 1 a dû être remplacée par une distance *D'* pour effectuer la mesure de la partie 2.

Selon les recommandations de l'ECARF (European Centre for Allergy Research Foundation), une moustiquaire anti-pollen doit posséder a minima 3 fois plus d'ouvertures par cm^2 qu'une moustiquaire classique qui en comporte 50 par cm^2.

Q.7. Estimer le nombre d'ouvertures par cm^2 du voile polyester testé. Indiquer s'il est utilisable comme moustiquaire anti-pollen selon l'ECARF.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter sa démarche. Toute démarche pertinente, même non aboutie, sera valorisée.

Chapitre 5 – Comment s'entendre le jour de la fête de la musique ?

Deux personnes se rencontrent lors de la fête de la musique pour assister à un concert.
L'objectif de cet exercice est de savoir si elles pourront discuter et s'entendre facilement pendant l'animation musicale.

Données

- *Intensité sonore de référence dans l'air :* $\boldsymbol{I_0 = 1{,}0 \times 10^{-12}\ W{\cdot}m^{-2}}$
- *Dans le cas de deux émissions sonores simultanées dont les niveaux d'intensité sonores sont séparés de plus de 8,0 dB, on considèrera que le son le plus faible ne gêne pas l'audition du son le plus fort.*
- *Modèle de l'atténuation géométrique pour une source ponctuelle :*
  l'intensité sonore I (en $W{\cdot}m^{-2}$) à une distance d (en m) de la source est reliée à la puissance sonore P (en W) de cette source par la relation : $I = \dfrac{P}{4\pi d^2}$

Au cours de la fête de la musique, un groupe de rock anime la place du village. Les haut-parleurs sont modélisés par une source acoustique ponctuelle d'ondes sphériques, de puissance sonore $P = 1{,}0 \times 10^{-3}$ W.
Une personne se trouve debout à une distance d = 5,0 m de la source sonore musicale.

1. Calculer l'intensité acoustique I_1 reçue par cette personne.

2. En déduire le niveau d'intensité sonore L_1 perçu.

Une deuxième personne vient à 1 m de la première pour discuter avec elle. Les deux personnes sont chacune à la même distance d du haut-parleur. La conversation à deux est de niveau d'intensité sonore moyen L_{conv} = 70 dB. Au même moment, le niveau sonore musical perçu par les deux personnes est L_2 = 65 dB.

3. Déterminer quel doit être le niveau d'intensité sonore maximal L_{max} en provenance des hautparleurs et perçu par les deux personnes pour que celles-ci puissent s'entendre sans être gênées par la musique. En déduire si les deux personnes peuvent communiquer aisément.

4. Montrer que l'intensité acoustique maximale correspondant à L_{max} est $\boldsymbol{I_{max} = 1{,}6 \times 10^{-6}}$ **W.m^{-2}** environ.

Comme il n'est pas possible de demander aux musiciens de jouer moins fort, les deux personnes décident de s'éloigner du groupe.

5. Justifier ce choix en indiquant le type d'atténuation d'une onde sonore mis en œuvre ici.

6. En déduire la distance minimale que doivent parcourir les deux personnes pour tenir une discussion normale sans être du tout gênées et donc obligées de forcer leurs voix.

Les candidats sont invités à prendre des initiatives, notamment sur les valeurs numériques éventuellement manquantes, et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti.

EXERCICES DE REVISIONS TYPE BAC – Chapitres 1 à 5 – Eléments de correction

Chapitres 1 et 3 - Titrages de la vitamine C

1.1. $P_m = \frac{m(NaOH)}{m(solution)} = 10\%$: il y a 10g de NaOH pour 100g de solution

Volume de 100 g de solution : $V_0 = \frac{m}{d \times \rho_{eau}} = \frac{100}{1{,}2 \times 1{,}0} = 83{,}33\ mL$

Quantité de matière d'hydroxyde de sodium : $n(NaOH) = \frac{m(NaOH)}{M(NaOH)} = \frac{10}{40{,}0} = 0{,}25\ mol$

La concentration en soude est alors : $C = \frac{n(NaOH)}{V_0} = \frac{0{,}25}{83{,}33 \times 10^{-3}} = \mathbf{3{,}0\ mol.L^{-1}}$

1.2. La solution titrante a été réalisée par dilution de la solution commerciale, avec un facteur de dilution F :

$F = \frac{C_0}{C_B} = \frac{V_B}{V_0}$ donc $V_0 = \frac{C_B \times V_B}{C_0} = \frac{1{,}00 \times 10^{-2} \times 500}{3{,}0} = \mathbf{1{,}7\ mL}$

Protocole : - prélever un volume $V_0 = 1{,}7\ mL$ de solution commerciale avec une pipette graduée.

- les verser dans une fiole jaugée de 500 mL
- ajouter de l'eau distillée aux ¾. Boucher et agiter
- ajouter de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge. Boucher et agiter.

1.3. Dispositif de titrage pH-métrique (voir cours)

1.4. *Le réactif titré est l'acide ascorbique AH (acide), le réactif titrant est HO⁻ (base présente dans la solution d'hydroxyde de sodium).*

L'équation de la réaction support de titrage est : $AH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow A^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$

1.5. À l'équivalence, le réactif titré AH et le réactif titrant HO^- ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de l'équation de titrage : il n'en reste donc plus : $n_A = n_B = C_B \times V_E$ (1pt)

On détermine le volume à l'équivalence par la méthode des tangentes parallèles sur l'ANNEXE : $\mathbf{V_E = 13{,}6}$ **mL**

Masse d'acide ascorbique dans la prise d'essai de V_A = 10,0 mL :

$$m_A = n_A \times M_A = C_B \times V_E \times M_A = 1{,}00 \times 10^{-2} \times 13{,}6 \times 10^{-3} \times 176{,}0 \approx 2{,}39 \times 10^{-2}\ g$$

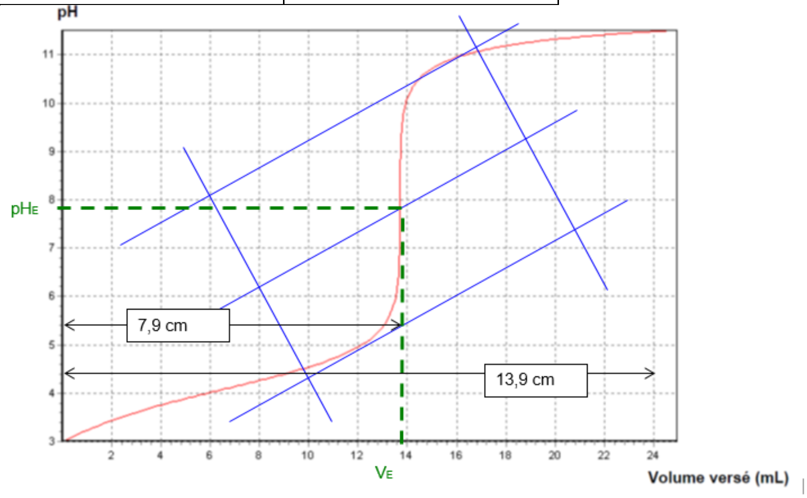
Le comprimé a été dissous dans V_S = 200,0 mL d'eau distillée, la fiole jaugée contient donc 20 fois plus d'acide que la prise d'essai. Donc on a dans le comprimé : $m_A = 20 \times 2{,}39 \times 10^{-2} = 0{,}479\ g = 479\ mg$

Explication pour la détermination du volume équivalent :

En faisant un rapport d'échelle :

13,9 cm	24,0 mL
7,9 cm	V_E

donc $V_E = \frac{7{,}9 \times 24{,}0}{13{,}9}$ = **13,6 mL**



1.6. $\dfrac{|m(AH)_{titré} - m(\text{AH})_{théorique}|}{m(\text{AH})_{théorique}} = \dfrac{|479-500|}{500} = 4{,}2\ \%$ Étant inférieur à 5 %, cet écart relatif est acceptable.

Cependant, plusieurs sources d'erreurs sont possibles : Perte de solide lors du broyage dans le mortier et du transvasement dans la fiole jaugée, trait de jauge des fioles jaugées mal repérés, erreur sur la concentration C_b de la solution titrante, imprécision lors de la détermination du volume à l'équivalence par une méthode graphique.

2. L'équation de la réaction support de titrage est : $AH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow A^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$

	Evolution des quantités de matière			
Ions	**Avant l'équivalence ($V < V_E$)**		**Après l'équivalence ($V > V_E$)**	
Na^+	Ion spectateur versé : il est ajouté dans le bécher, mais ne réagit pas	↗	Ion spectateur versé : il est ajouté dans le bécher, mais ne réagit pas	↗
HO^-	Chaque ion versé dans le bécher réagit avec un ion oxonium	0	Les ions HO^- sont ajoutés, mais ne réagissent plus, du fait de la consommation des ions oxonium	↗
A^-	Cet ion est formé au cours de la réaction	↗	Cet ion n'est plus formé car AH a été entièrement consommé	=

Avant l'équivalence : À chaque fois qu'une molécule AH est consommée par un ion HO^-, un ion spectateur Na^+ est ajouté au milieu réactionnel et un ion A^- se forme. La solution devient de plus en plus concentrée en ions, sa conductivité augmente. On obtient une droite de pente positive.
Seule la courbe 1, présente une droite positive pour $V < V_E$. **La courbe 1 correspond à ce titrage.**

Au-delà de l'équivalence : Il n'y a plus de molécules AH. La concentration en ion HO^- et Na^+ augmente après chaque ajout (et celle de A^- ne varie pas) donc la conductivité augmente.
On obtient une droite de pente positive.
Cependant, avant l'équivalence, l'augmentation de conductivité est due à Na^+ et A^- tandis qu'après l'équivalence, l'augmentation de conductivité est due à Na^+ et HO^-.
Comme les ions OH^- conduisent mieux le courant que les ions A^- ($\lambda(HO^-) > \lambda(A^-)$), la pente de la droite est encore plus élevée. Ceci confirme le choix de la courbe 1.

Chapitre 2 – Santé alimentaire : ne pas abuser des nitrites

Q1- $m(sucre) = C_m(sucre) \cdot V$ donc $m(sucre) = 367 \times 3{,}0 \times 10^{-2} = 11\ \text{g}$.

Par proportionnalité, cette masse correspond à $11/5{,}0 = 2{,}2$ morceaux de sucre.

C'est une masse importante pour un volume de seulement 3,0 cL ; la boisson est très sucrée et sa consommation excessive peut entrainer des problèmes de santé (caries, diabète, obésité …).

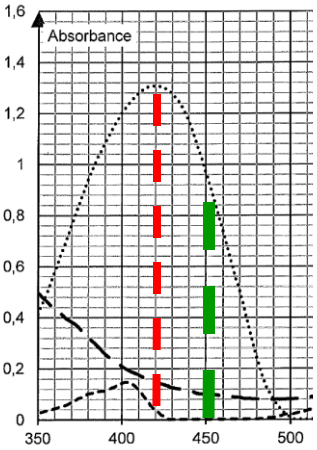
Q2- La couleur d'un colorant en solution aqueuse correspond à la couleur complémentaire du maximum d'absorption.

En utilisant le cercle chromatique : $\lambda_{MAX}(\text{E102}) \approx 420\ \text{nm}$ absorbe le violet donc paraît jaune ;

$\lambda_{MAX}(\text{E131}) \approx 630\ \text{nm}$ absorbe le rouge-oranger donc paraît bleu-vert ;

$\lambda_{MAX}(\text{E133}) \approx 595\ \text{nm}$ absorbe le orange donc paraît bleu.

Q3- Dans le spectre d'absorbance de la boisson, on trouve deux maximums d'absorption bien distincts pour $\lambda_1 \approx 420$ nm et $\lambda_2 \approx 630$ nm ; cela correspond respectivement aux colorants E102 et E131 d'après le spectre d'absorbance n°2.



Q4- La longueur d'onde $\lambda' = 420$ nm correspond au maximum d'absorption du colorant E102 que l'on veut doser mais, à cette longueur d'onde, l'autre colorant présent dans la boisson (le E131) absorbe également.

On se place donc à la longueur d'onde $\lambda = 450$ nm où le E102 absorbe suffisamment mais où le E131 n'absorbe pas.

Q5- Par définition du facteur de dilution : $F_d = \frac{C}{C'} = \frac{V_{fiole}}{V_{pipette}} = 4$ ici.

On choisira donc une fiole jaugée de 100 mL (par exemple) et une pipette jaugée de 25,0 mL.

(Il faut également un pipeteur et un bécher intermédiaire dans lequel on verse la solution mère)

Rq : On dilue souvent une solution avant de procéder à un dosage spectrophotométrique pour que : - la loi de Beer-Lambert soit valide (elle n'est pas valide pour des solution trop concentrées) ;
- la valeur de l'absorbance de la solution dosée soit incluse dans la gamme d'étalonnage.

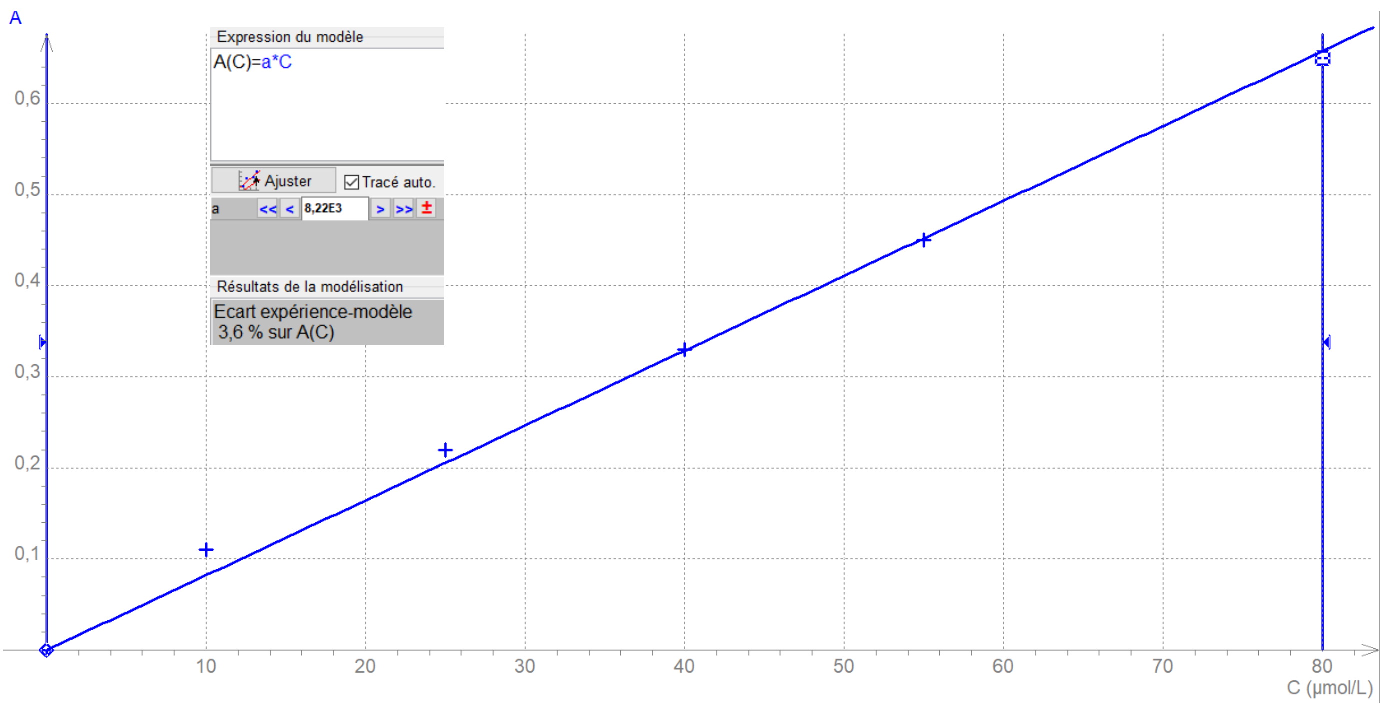
Q6- La loi de Beer-Lambert ($A = k \cdot C$) est vérifiée pour le colorant E102 si l'absorbance mesurée est proportionnelle à la concentration de la solution.

Pour la longueur d'onde choisie de 450 nm, on calcule la valeur de $k = \frac{A}{C}$ pour chaque solution :

Solution	1	2	3	4	5
Absorbance	0,65	0,45	0,33	0,22	0,11
Concentration(en mol.L^{-1})	$8,0\times10^{-5}$	$5,5\times10^{-5}$	$4,0\times10^{-5}$	$2,5\times10^{-5}$	$1,0\times10^{-5}$
k (en L.mol^{-1})	$8,1\times10^{3}$	$8,2\times10^{3}$	$8,3\times10^{3}$	$8,8\times10^{3}$	11×10^{3}

À l'exception de la valeur pour la solution 5 (la moins concentrée donc celle où toute erreur de mesure a le plus d'importance) on admet que la valeur de k est constante (effectivement, le sujet nous demande de « montrez que » et pas « vérifiez si » la loi de Beer-Lambert est vérifiée).

Rq : Si le sujet avait proposé du papier millimétré en ANNEXE, on aurait pu tracer la courbe A = f(C) , ce qui donne un résultat visuellement plus satisfaisant :



Q7- Cherchons d'abord la concentration de la boisson en colorant E102 :
La solution S a une absorbance de $A_S = 0{,}30$ à la longueur d'onde $\lambda = 450$ nm (spectre 1).

$$A = k \cdot C \Leftrightarrow C = \frac{A}{k} \text{ donc } C_S = \frac{A_S}{k}$$

On prend pour k la moyenne des valeurs trouvées à la question **Q6.** : $k = 8{,}88 \times 10^3$ L.mol^{-1}

La boisson ayant été diluée 4 fois : $C_{E102} = 4 \times C_S = 4 \times \frac{A_S}{k}$

$C_{E102} = 4 \times \frac{0{,}30}{8{,}88 \times 10^3} = 1{,}35 \times 10^{-4}$ mol.L^{-1} (*valeur intermédiaire non arrondie*)

Déterminons maintenant la masse de E102 contenue $V = 3{,}0$ cL de boisson.

$n_{E102} = C_{E102} \cdot V$ donc $m_{E102} = n_{E102} \cdot M_{E102} = C_{E102} \cdot V \cdot M_{E102}$

$m_{E102} = 1{,}35 \times 10^{-4} \times 3{,}0 \times 10^{-2} \times 534 = 2{,}2 \times 10^{-3}$ g soit 2,2 mg

La DJA pour le E102 est de 7,5 mg par kilogramme de masse corporelle et par jour.
La valeur de 2,2 mg contenue dans une dose de 3,0 cL est très inférieure à la dose qu'une personne peut consommer par jour.

Par exemple une personne de 60 kg peut consommer $60 \times 7{,}5 = 450$ mg par jour

Chapitre 4 – utilisation d'un laser comme instrument de mesure

1. Vérification de la longueur d'onde d'un laser

Q.1. Exprimer, à l'aide de la figure 1, l'angle de diffraction θ en fonction de la largeur *L* de la tache centrale et de la distance *D*.

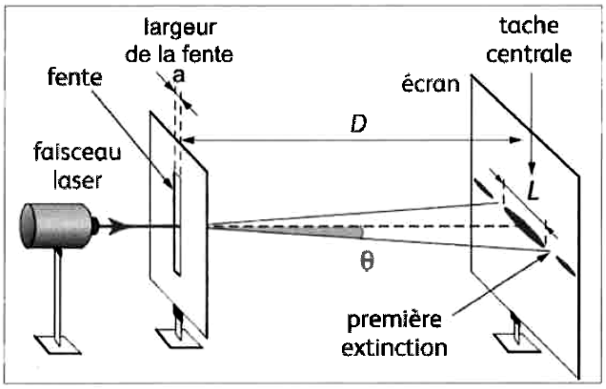


Figure 1 : montage de diffraction

D'après la figure 1, on a :

$$\tan\theta = \frac{opp.}{adj.} = \frac{L/2}{D} = \frac{L}{2D}.$$

Approximation des petits angles : tan $\theta \approx \theta$.

Finalement : $\boxed{\theta \approx \frac{L}{2D}}$

Q.2. Déduire des informations précédentes la valeur de la longueur d'onde λ_{laser} du laser utilisé. Justifier.

Théorie de la diffraction : $\boxed{\theta = \frac{\lambda_{laser}}{a}}$.

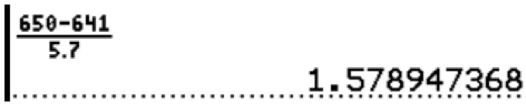
Le graphe $\theta = f(1/a)$ est une droite qui passe par l'origine.

On peut modéliser le graphe par une fonction linéaire de la forme : $\boxed{\theta = k \times \frac{1}{a}}$ avec $k = 6{,}41 \times 10^{-7}$ m.

En égalant les deux expressions de θ, on a : $\lambda_{laser} = k$
soit $\lambda_{laser} = 6{,}41 \times 10^{-7}$ m $= 641 \times 10^{-2} \times 10^{-7} = 641 \times 10^{-9}$ m $= 641$ nm.

Q.3. Indiquer si la valeur mesurée est en accord avec la longueur d'onde $\lambda_{réf}$ = 650 nm indiquée sur la notice par le constructeur.

Calculons le quotient : $z = \left| \dfrac{\lambda_{laser} - \lambda_{réf}}{u(\lambda_{laser})} \right|$.



Comme $\lambda_{laser} = k$ alors $u(\lambda_{laser}) = u(k) = 5{,}7\times10^{-9}$ m = 5,7 nm (Valeur lue sur la figure 3).

$\left| \dfrac{\lambda_{laser} - \lambda_{réf}}{u(\lambda_{laser})} \right| = \left| \dfrac{641-650}{5{,}7} \right| \approx 1{,}6 < 2$ *en conservant deux chiffres significatifs*.

L'écart entre la valeur de la longueur du laser mesurée et la valeur de la longueur d'onde de référence est inférieure à deux fois l'incertitude-type. La valeur de la longueur du laser mesurée est en accord avec la valeur de la longueur d'onde de référence indiquée sur la notice par le constructeur.

<u>2. Mesure de la taille d'une maille rectangulaire d'un voile polyester</u>

Q.4. Évaluer les valeurs des interfranges, *i* et *i'*, à l'aide des dimensions figurant sur la figure 6.

L'interfrange *i* est la distance séparant les centres de deux franges brillantes ou sombres consécutives.

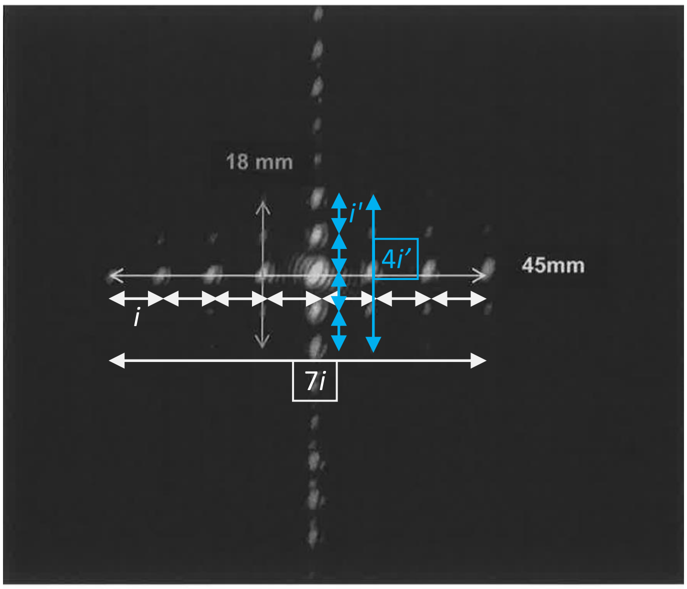


Figure 6 : interférences obtenues avec le voile

Sur l'axe horizontal, on mesure 45 mm pour 7 interfranges soit : $7i$ = 45 mm.

$i = \dfrac{45\ mm}{7} \approx 6{,}4$ mm *en conservant deux chiffres significatifs.*

Sur l'axe vertical, on mesure 18 mm pour 4 interfranges soit : $4i'$ = 18 mm.

$i' = \dfrac{18\ mm}{4} = 4{,}5$ mm.

Q.5. En déduire les valeurs des dimensions *b* et *b'* du voile utilisé, ainsi que leurs incertitudes associées, en considérant les incertitudes-types sur *i* et *i'* : *u(i)* = *u(i')* = 0,1 mm. Écrire les résultats avec un nombre adapté de chiffres significatifs.

$$i = \frac{\lambda \times D'}{b} \text{ donc } b = \frac{\lambda \times D'}{i} \text{ soit } b = \frac{650\times 10^{-9}\times 6{,}17}{\left(\frac{45\times 10^{-3}}{7}\right)} \text{ m} = 6{,}2\times 10^{-4} \text{ m.}$$

$$i' = \frac{\lambda \times D'}{b'} \text{ donc } b' = \frac{\lambda \times D'}{i'} \text{ soit } b' = \frac{650\times 10^{-9}\times 6{,}17}{\left(\frac{18\times 10^{-3}}{4}\right)} \text{ m} = 8{,}9\times 10^{-4} \text{ m.}$$

```
650E-9*6.17
 45E-3
   7
                    6.238555556E-4
650E-9*6.17
 18E-3
   4
                    8.912222222E-4
```

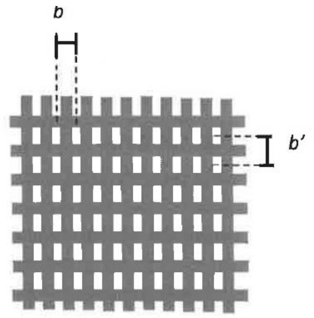


Figure 4. Schéma du maillage du voile

On remarque que $b < b'$ ce que montre bien le schéma de la figure 4.

$$\frac{u(b)}{b} = \sqrt{\left(\frac{u(D')}{D'}\right)^2 + \left(\frac{u(i)}{i}\right)^2 + \left(\frac{u(\lambda)}{\lambda}\right)^2}$$

donc $u(b) = b \times \sqrt{\left(\frac{u(D')}{D'}\right)^2 + \left(\frac{u(i)}{i}\right)^2 + \left(\frac{u(\lambda)}{\lambda}\right)^2}$.

$$u(b) = 6{,}2\times 10^{-4}\sqrt{\left(\frac{0{,}03}{6{,}17}\right)^2 + \left(\frac{0{,}1}{\left(\frac{45}{7}\right)}\right)^2 + \left(\frac{20}{650}\right)^2} \approx 3\times 10^{-5} \text{ m} = 0{,}3\times 10^{-4} \text{ m.}$$

en arrondissant à un chiffre significatif par excès.

```
6.2E-4*√((0.03/6.17)²+(0.1/(45/7))²+(20/650)²)
                    2.158777515E-5
```

$$u(b') = 8{,}9\times 10^{-4}\sqrt{\left(\frac{0{,}03}{6{,}17}\right)^2 + \left(\frac{0{,}1}{\left(\frac{18}{4}\right)}\right)^2 + \left(\frac{20}{650}\right)^2} \approx 4\times 10^{-5} \text{ m} = 0{,}4\times 10^{-4} \text{ m}$$

```
8.9E-4*√((0.03/6.17)²+(0.1/(18/4))²+(20/650)²)
                    3.405589469E-5
```

Finalement : $\boldsymbol{b = (6{,}2 \pm 0{,}3)\times 10^{-4}}$ **m** et $\boldsymbol{b' = (8{,}9 \pm 0{,}4)\times 10^{-4}}$ **m**.

Q.6. Expliquer pourquoi la distance *D* utilisée dans le montage de la partie 1 a dû être remplacée par une distance *D'* pour effectuer la mesure de la partie 2.

Dans la partie 1, la distance *D* est la distance fente – écran.
Les fentes ont une largeur comprise entre 30 µm et 200 µm.
Dans la partie 2, la distance *D'* est la distance maille – écran.
Les mailles sont bien plus larges que les fentes précédentes, puisqu'elles mesurent $b = 6{,}2\times 10^{-4}$ m = $6{,}2\times 10^{2}$ µm et $b' = 8{,}9\times 10^{2}$ µm.
Ainsi les interfranges sont de plus petite dimension que les taches centrales précédentes.
Elles sont sans doute trop petites pour être mesurées correctement. En augmentant la distance, on augmente la largeur des interfranges et on améliore la précision relative de leur mesure.

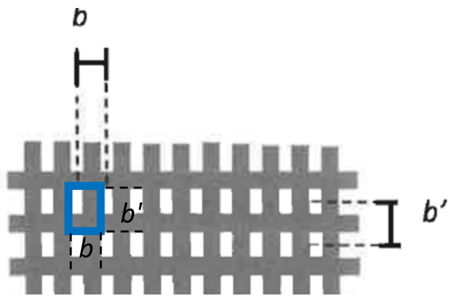
Q.7. Estimer le nombre d'ouvertures par cm² du voile polyester testé. Indiquer s'il est utilisable comme moustiquaire anti-pollen selon l'ECARF.

Un moustiquaire anti-pollen doit comporter à minima : 3×50 = 150 ouvertures par cm^2.

Considérons la surface du cadre bleu, il contient une ouverture
La surface du cadre bleu est S = $b \times b'$ = $6{,}2\times 10^{-4}$ m × $8{,}9\times 10^{-4}$ m

$S = 6{,}2\times 10^{-2}$ cm × $8{,}9\times 10^{-2}$ cm = $5{,}6\times 10^{-3}$ cm^2.

```
6.238555556E-2*8.91222222▸
                5.559939346E-3
```



Ainsi :
1 ouverture ⇔ $5{,}6\times 10^{-3}$ cm².
N ouvertures ⇔ 1 cm².

$$N = \frac{1}{5{,}6\times 10^{-3}} = 180 \text{ ouvertures par cm}^2.$$

```
1/5.559939346E-3
                1.798580772E2
```

$N > 150$ ouvertures par cm^2. Le polyester testé est utilisable comme moustiquaire anti-pollen.

Chapitre 5 – Comment s'entendre le jour de la fête de la musique ?

1. Calculer l'intensité acoustique I_1 reçue par cette personne.

$$I = \frac{P}{4\pi d^2} \text{ soit } I = \frac{1{,}0\times10^{-3}}{4\pi\times5{,}0^2} = 3{,}2\times10^{-6}\ \text{W.m}^{-2}$$

2. En déduire le niveau d'intensité sonore L_1 perçu.

$$L_1 = 10\log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \text{ soit } L_1 = 10\log\left(\frac{3{,}2\times10^{-6}}{1{,}0\times10^{-12}}\right) = 65 \text{ dB}$$

Une deuxième personne vient à 1 m de la première pour discuter avec elle. Les deux personnes sont chacune à la même distance *d* du haut-parleur. La conversation à deux est de niveau d'intensité sonore moyen L_{conv} = 70 dB. Au même moment, le niveau sonore musical perçu par les deux personnes est L_2 = 65 dB.

3. Déterminer quel doit être le niveau d'intensité sonore maximal L_{max} en provenance des hautparleurs et perçu par les deux personnes pour que celles-ci puissent s'entendre sans être gênées par la musique. En déduire si les deux personnes peuvent communiquer aisément.

Il faut que la conversation soit d'un niveau d'intensité sonore supérieur de 8 dB à celui de la musique. $L_{conv} = L_{max} + 8$ dB, soit $L_{max} = L_{conv} - 8$

$L_{max} = 70 - 8 = 62$ dB

Or le niveau sonore musical est $L_2 = 65$ dB $> L_{max}$ donc les deux personnes ne peuvent pas communiquer aisément.

4. Montrer que l'intensité acoustique maximale correspondant à L_{max} est
$I_{max} = 1{,}6 \times 10^{-6}$ W.m^{-2} environ.

$$L_{max} = 10\log\left(\frac{I_{max}}{I_0}\right)\ ;\ \frac{L_{max}}{10} = \log\left(\frac{I_{max}}{I_0}\right) \text{ d'où : } \frac{I_{max}}{I_0} = 10^{\frac{L_{max}}{10}} \text{ soit } I_{max} = I_0.10^{\frac{L_{max}}{10}}$$

$$I_{max} = 1{,}0\times10^{-12}\times10^{\frac{62}{10}} = 1{,}0\times10^{-12+6{,}2} = 1{,}0\times10^{-5{,}8} = \mathbf{1{,}6\times10^{-6}\ W.m^{-2}}$$

Ou plus simplement : $L_{max} = 10\log\left(\frac{I_{max}}{I_0}\right)$ ce qui donne : $L_{max} = 10\log\left(\frac{1{,}6\times10^{-6}}{1{,}0\times10^{-12}}\right)$ = 62 dB

Comme il n'est pas possible de demander aux musiciens de jouer moins fort, les deux personnes décident de s'éloigner du groupe.

5. Justifier ce choix en indiquant le type d'atténuation d'une onde sonore mis en œuvre ici.

Si les deux personnes utilisaient l'atténuation par absorption (avec des bouchons), alors la conversation et la musique seraient atténuées. Le problème serait encore présent.

En s'éloignant du groupe, c'est l'atténuation géométrique qui entre en jeu. Et elle ne diminue que le niveau sonore de l'orchestre.

6. En déduire la distance minimale que doivent parcourir les deux personnes pour tenir une discussion normale sans être du tout gênées et donc obligées de forcer leurs voix.

Les candidats sont invités à prendre des initiatives, notamment sur les valeurs numériques éventuellement manquantes, et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti.

Il faut que le niveau sonore de l'orchestre soit de L_{max} = 62 dB.

Donc que $I_{max} = 1{,}6\times10^{-6}$ W.m^{-2}

$$I_{max} = \frac{P}{4\pi d_{max}^2}\ ;\ d_{max}^2 = \frac{P}{4\pi I_{max}} \text{ soit : } d_{max} = \sqrt{\frac{P}{4\pi I_{max}}} \text{ et enfin : } d_{max} = \sqrt{\frac{1{,}0\times10^{-3}}{4\pi\times1{,}6\times10^{-6}}} = 7{,}1\,\text{m}$$

À d = 5,0 m, on a L_2 = 65 dB. ; À d_{max} = 7,1 m, on a L_{max} = 62 dB.

Il faut donc parcourir 2,1 m pour que le niveau sonore de l'orchestre diminue de 3 dB et soit ainsi inférieur de 8 dB au niveau sonore de la conversation.